

Dynamique de germes de biholomorphismes de \mathbb{C}

François Bacher

29 Mai 2024

Résumé

Pour étudier la dynamique d'une application holomorphe d'un ouvert de \mathbb{C} dans lui-même, il est souvent très utile de commencer par comprendre finement le comportement de cette application au voisinage d'un point périodique. Quitte à considérer une itérée, on se ramène à travailler au voisinage d'un point fixe. Le formalisme le plus souple pour l'étude au voisinage du point, sans trop se soucier de la taille du voisinage, est celui des germes. On cherche alors à classifier dynamiquement les germes d'applications holomorphes qui fixent 0, c'est-à-dire qu'on cherche à trouver un ensemble (de préférence restreint) de formes normales (de préférences simples) telles que toute application fixant 0 soit conjuguée à une forme normale.

Nous discuterons dans cet exposé de formes normales pour des points fixes attractifs, répulsifs ou paraboliques, en démontrant les théorèmes de linéarisation de Koenigs et de la fleur de Leau-Fatou. Si l'essentiel de l'exposé se concentrera sur une étude au voisinage des points fixes, nous discuterons également de techniques qui permettent, par des applications dites développantes, de globaliser les formes normales obtenues sur tout un bassin d'attraction.